

FIA 2020/22

XII CONGRESSO/CONGRESO IBEROAMERICANO DE ACÚSTICA

XXIX ENCONTRO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ACÚSTICA - SOBRAC

Florianópolis, SC, Brasil

Análise Numérica de um Liner Acústico de Múltiplas Cavidades na Presença de Escoamento Rasante pelo Método de Lattice-Boltzmann

Pereira, L. M.¹; Bonomo, L. A.²; da Silva, A. R.³; Cordioli, J. A.⁴; Avallone, F.⁵

¹⁻⁴ Laboratório de Vibrações e Acústica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil,
lucas.meirelles, lucas.bonomo@lva.ufsc.br, andrey.rs, julio.cordioli@ufsc.br.

⁵ Departamento de Física e Tecnologia do Escoamento, Universidade Técnica de Delft, Delft, Países Baixos, f.avallone@tudelft.nl.

Resumo

Simulações numéricas de grandes escalas utilizando o método de lattice-Boltzmann são realizadas para cálculo da impedância acústica de um *liner* de múltiplas cavidades de um grau de liberdade, na presença de escoamento rasante. Os resultados numéricos são comparados a dados experimentais, obtidos na bancada de testes de *liners* acústicos da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), por três métodos diferentes: a técnica *in-situ*, o método do acoplamento modal e o algoritmo de Kumaresan-Tufts. Os experimentos e as simulações numéricas são conduzidos na ausência e na presença de escoamento rasante, de número de Mach máximo igual a 0.3, e com ondas sonoras planas tonais de incidência tangencial. Ondas sonoras de amplitudes iguais a 130 dB e 145 dB são consideradas. Para cada amplitude, seis frequências são investigadas no intervalo entre 800 Hz e 2300 Hz. Para cada caso, as ondas sonoras propagam na mesma direção do escoamento e contrários a ele. Os resultados numéricos mostram boa correlação com dados experimentais para o caso sem escoamento rasante. Na presença do escoamento, os resultados numéricos preliminares superestimam a resistência, com relação aos dados experimentais. Verifica-se que a utilização de um *solver* menos dissipativo para as simulações acústicas e que o refino da malha resultam em melhor concordância. Ainda assim, o modelo numérico prevê de forma satisfatória as diferentes tendências entre os métodos de cálculo de impedância. Os modelos apresentados, após ajustados e reavaliados com um *solver* menos dissipativo, serão utilizados para estudo das razões dos diferentes resultados obtidos para a impedância pelos diferentes métodos e esclarecimento da física de interação entre escoamento e onda sonora.

Palavras-chave: *liner*, impedância, lattice-Boltzmann, escoamento rasante.

PACS: 43.28.Py, 43.28.-g.

Lattice-Boltzmann Numerical Investigation of a Realistic Multi-Cavity Acoustic Liner with Grazing Flow

Abstract

Scaled-resolved numerical simulations using the lattice-Boltzmann Very Large Eddy Simulation method are performed to compute the acoustic impedance of a realistic multi-cavity single degree of freedom liner grazed by a turbulent boundary layer. Numerical results are assessed against experimental impedance measurements carried out in grazing flow impedance test facility at the Federal University of Santa Catarina (UFSC), with three different approaches: the in-situ technique, the mode matching method and a Prony-like algorithm. Both experiments and numerical simulations are carried out with and without turbulent grazing flow at Mach number equal to 0.3 and with grazing acoustic tonal plane wave. Acoustic waves with amplitude equal to 130 dB and 145 dB are analyzed. For each amplitude, six frequencies are investigated in the range between 800 Hz and 2300 Hz. For each case, the acoustic wave propagates both in the same direction and opposite to the grazing turbulent flow. Numerical results show very good agreement with experimental data for the no-flow case. In the presence of grazing flow, preliminary numerical results show an overestimation of the resistance with respect to the experimental data. It has been found that using a less dissipative solver for the acoustic simulations and increasing the resolution lead to better agreement. Nevertheless, the numerical database predicts well the different trends between the impedance measurement methods. The presented database, after being recomputed with the less dissipative solver, will be used to understand the physical reasons behind the different impedance measurement results obtained with different eduction methods and clarify the physics of the flow-acoustic interaction.

Keywords: liner, impedance, lattice-Boltzmann, grazing flow.



1. INTRODUÇÃO

Liners acústicos são dispositivos passivos de controle de ruído amplamente utilizados em motores aeronáuticos modernos para atenuação de ruído tonal, especialmente na frequência de passagem das pás. Eles consistem em um arranjo de ressonadores de Helmholtz, tipicamente de um grau de liberdade, construídos pela união de uma placa perfurada a uma placa rígida, separadas por uma estrutura semelhante a uma colmeia. Em geral, estes dispositivos são caracterizados por sua impedância acústica. Entretanto, a presença de escoamento rasante afeta consideravelmente a resposta acústica do *liner* e a impedância medida. A física por trás da interação entre o campo acústico e o escoamento não é completamente compreendida. Neste contexto, simulações numéricas de alta fidelidade têm potencial para fornecer conclusões valiosas sobre os fenômenos de interação entre o escoamento e as ondas sonoras e sobre o comportamento não-linear do *liner*, que podem aprimorar o seu processo de desenvolvimento.

A impedância acústica dos *liners* depende de diversos fatores, incluindo a sua geometria, velocidade do escoamento rasante, parâmetros de camada limite, temperatura e ambos os níveis de pressão sonora (NPS) e frequência da onda incidente [1, 2]. Dada a complexidade do problema, diversos estudos experimentais e numéricos investigaram o impacto de cada parâmetro na impedância dos *liners*. Por exemplo, Tam *et al.* [3] conduziram um estudo coordenado experimental e numérico para descrever o comportamento não-linear de *liners* acústicos de ranhuras sujeitos a ondas sonoras de alto NPS, de incidência normal. A conversão da energia acústica em energia cinética rotacional, na forma de vórtices, foi verificada como mecanismo dominante de atenuação de ruído. Tam *et al.* [4] realizaram simulações numéricas diretas (SND) bidimensionais de um ressonador de ranhuras sob escoamento rasante laminar. De forma similar ao caso sem escoamento, verificou-se o desprendimento de vórtices como mecanismo principal de dissipação de energia acústica para ondas de alto NPS. Mostrou-se que vórtices de larga escala, ejetados pelo orifício do ressonador, são transportados por advecção pelo escoamento e interagem com ressonadores posicionados a jusante, potencial-

mente afetando o arrasto produzido pelo *liner*. Por outro lado, verificou-se que ondas incidentes de baixo NPS são atenuadas principalmente por viscosidade no orifício do ressonador. Zhang e Bodony [5] conduziram SND de um ressonador com uma única cavidade sob escoamento rasante de alta velocidade. Foi observado que o padrão de desprendimento de vórtices se altera com a frequência da onda sonora incidente, pois frequências mais baixas geraram desprendimentos mais intensos. Os resultados mostraram que, quanto maior a velocidade do escoamento rasante, menor a probabilidade dos vórtices serem transportados por advecção para regiões externas da camada limite, e isto poderia afetar o desempenho dos ressonadores adjacentes. Tam *et al.* [6] realizaram experimentos na bancada de medição de impedância com escoamento rasante (GFIT) da NASA para coletar dados experimentais de referência para validação de resultados numéricos de um arranjo de oito ressonadores de ranhuras. A discrepância na impedância, verificada em baixas frequências, foi atribuída a reflexões geradas nas terminações da bancada. O estudo verificou que o *liner* gera ruído por um mecanismo de retroalimentação em frequências relativamente altas. Os mesmos dados experimentais foram utilizados por Zhang e Bodony [7], que realizaram SND de um ressonador com um único orifício, e por Avalone *et al.* [8], que estudaram numericamente um ressonador de múltiplos orifícios em um *solver* baseado em lattice-Boltzmann (LB), ambos considerando a presença de escoamento rasante. Estes trabalhos fornecem um olhar detalhado sobre as interações entre escoamento e perturbação sonora e seus efeitos. Boa correlação na impedância calculada foi obtida. Entretanto, ambos os estudos foram limitados a uma única cavidade, portanto a investigação das interações entre cavidades e a comparação com dados experimentais medidos por técnicas de educação não foi possível.

A necessidade de se investigar *liners* de múltiplas cavidades se tornou evidente em trabalhos recentes, pois diferentes resultados para a impedância foram obtidos por diferentes métodos de educação quando a direção relativa de propagação da onda sonora foi alterada, em relação à direção do escoamento. Este fenômeno foi reportado primeiramente por Renou e Aurégan [9], que o atribuiu a uma falha na condição de contorno (CC) de

Ingard-Myers [10, 11], que é geralmente aplicada nos modelos de propagação acústica utilizados pelos métodos de educação. Um número considerável de estudos experimentais evidencia que as diferenças nos resultados de impedância para diferentes direções de propagação da perturbação acústica podem ter diferentes causas, dentre as hipóteses assumidas na modelagem do fenômeno de atenuação acústica pelos *liners* [12]. Desde então, condições de contorno alternativas foram propostas para representar o *liner* na presença de escoamento rasante [13, 14], mas assim como discutido por Spillere *et al.* [15], nenhuma se mostrou realmente efetiva. Sendo assim, as investigações por condições de contorno fisicamente representativas dos *liners* acústicos na presença de escoamento rasante continuam em aberto.

Recentemente, um *liner* realista de múltiplas cavidades de um grau de liberdade foi avaliado numericamente por Schroeder *et al.* [16], através de um *solver* em LB. A geometria utilizada neste estudo foi a mesma avaliada experimentalmente por Spillere *et al.* [17]. As simulações foram realizadas na ausência de escoamento rasante e a impedância determinada por ambas a técnica *in-situ* [18] e o método do acoplamento modal [19]. Os resultados numéricos exibiram boa correlação com dados experimentais.

Este trabalho é uma sequência ao trabalho de Schroeder *et al.* [16], onde o mesmo *liner* é investigado na presença de escoamento rasante, e a comparação entre métodos de educação é estendida ao algoritmo de Kumaresan-Tufts (KT), baseado no algoritmo de Prony [20]. Os resultados numéricos são apresentados para excitações acústicas na forma de ondas planas tonais de frequências iguais a 800, 1100, 1400, 1700, 2000 e 2300 Hz (i.e., abaixo e acima da frequência de ressonância) com amplitudes iguais a 130 dB e 145 dB. Ambos os casos sem escoamento ($M = 0$) e com escoamento turbulento rasante ($M = 0.3$) são investigados. Os resultados numéricos são comparados a dados experimentais obtidos na bancada de testes de *liners* acústicos da UFSC, onde medições foram feitas para determinação da impedância desta geometria pelas três técnicas diferentes (a técnica *in-situ*, o método do acoplamento modal e o algoritmo KT). Para o caso sem escoamento, somente a fonte acústica a montante é considerada, já que

alterações na impedância devido a mudanças na posição relativa da fonte não são esperadas, neste caso [9]. Para o caso com escoamento rasante de $M = 0.3$, as simulações foram realizadas para fontes a montante e a jusante.

Este trabalho é organizado como detalhado a seguir. A Seção 2 fornece a descrição do método e do modelo numérico. A Seção 3 descreve as técnicas de medição da impedância aplicadas a ambos os resultados experimentais e numéricos. A Seção 4 apresenta os resultados numéricos acústicos comparados aos dados experimentais. Os perfis de velocidade do escoamento são apresentados e comparados, e os efeitos do escoamento associados à mudança da posição relativa da fonte sonora na impedância são avaliados. A Seção 5 fornece as principais conclusões do trabalho.

2. METODOLOGIA E MODELO NUMÉRICO

2.1 Método de Lattice-Boltzmann

O método de lattice-Boltzmann (MLB) tem sido amplamente utilizado para estudo de problemas fluidodinâmico nos últimos anos. Recentemente, este método foi utilizado para investigar diferentes problemas aeroacústicos [16, 21, 22]. Descrições mais detalhadas da teoria envolvendo o MLB podem ser encontradas em diversos textos [23, 24]. A equação de Boltzmann, baseada na teoria cinética dos gases, é o ponto de partida para derivação do MLB. Esta teoria modela o fluido em uma escala mesoscópica, baseada na descrição estatística do movimento das partículas em termos da função distribuição de partículas $f(\mathbf{x}, \xi, t)$, que representa a probabilidade de se encontrar partículas com velocidade ξ em uma determinada posição $\mathbf{x}$ e posição t . Uma relação formal com a escala macroscópica é obtida por uma técnica de expansão de escalas, conhecida como Chapman-Enskog [25].

Numericamente, o espaço contínuo de velocidades é discretizado por uma expansão em polinômios ortogonais de Hermite em um número finito de direções, que fornece a função de distribuição discreta $f_i(\mathbf{x}, t)$, onde o subíndice i se refere a uma direção do espaço de velocidades discreto [24]. A distribuição das partículas é armazenada em uma malha Cartesiana, conhecida como *lattice*, e cada componente i da função de distribui-



ção é transportada de um nó computacional para os nós vizinhos em um *time step*. Cada *time step* é composto de duas operações essenciais: transmissão e colisão. Na fase de transmissão, as funções f_i são transportadas de um elemento do *lattice* para outro adjacente. Na fase de colisão, um equilíbrio termodinâmico local é forçado em cada uma das direções do espaço de velocidades, por meio de trocas energéticas entre as partículas.

Neste trabalho, as simulações numéricas são realizadas por meio do *solver* LB comercial 3DS-Simulia PowerFLOW 6-2021-R2 [26]. As equações discretas de LB são resolvidas para 19 direções simétricas em um espaço tridimensional (D3Q19). Qualquer superfície sólida dentro do *lattice* é discretizada, e a interação entre uma partícula do fluido e um elemento de superfície é governada por uma das seguintes condições de contorno: a de escorregamento livre e a de não-escorregamento. A CC de escorregamento livre garante velocidade nula apenas na direção normal à superfície a qual é aplicada, enquanto nenhuma restrição é aplicada à velocidade tangencial. A CC de não-escorregamento restringe ambas as velocidades normal e tangencial, garantindo velocidade nula na superfície. A CC periódica é aplicada às fronteiras do domínio numérico que não são limitadas por superfícies sólidas.

Por causa do alto número de Reynolds para o caso de interesse, uma abordagem de Simulação de Grandes Escalas (SGE) é adotada, onde apenas as grandes escalas turbulentas são resolvidas, enquanto as menores escalas são modeladas [27]. O esquema numérico utiliza um modelo de turbulência que consiste em uma modificação do modelo $k - \varepsilon$ *Renormalization Group Theory* (RNG) [28, 29], que ajusta o modelo de Boltzmann à escala temporal turbulenta característica.

O *software* aplica um modelo de parede baseado na lei da parede [28].

2.2 Geometria e Domínio Computacional

Neste estudo, o mesmo *liner* e a mesma abordagem numérica apresentados por Schroeder *et al.* [16] são considerados. Como mostrado na Figura 1, a geometria do *liner* simulada é composta por onze cavidades quadradas de um grau de liberdade. As cavidades possuem largura $l = 9.20$ mm e são separadas entre si por paredes de espessura

$w = 0.80$ mm, resultando em um comprimento longitudinal de amostra $L = 110$ mm. A placa perfurada de espessura $\tau = 0.80$ mm possui 6 orifícios de diâmetro $d = 1.00$ mm por cavidade, o que resulta em uma porcentagem de área aberta de 5.6%. As cavidades possuem altura $h = 38.50$ mm e são completamente separadas umas das outras.

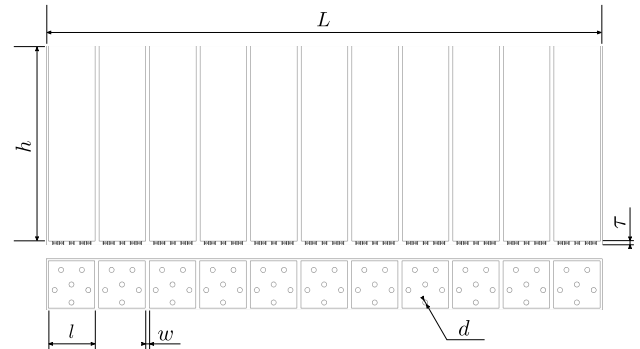


Figura 1: Modelo computacional do *liner*.

A Figura 2 apresenta o domínio computacional utilizado neste estudo. O sistema de coordenadas é posicionado na seção média do *liner*. O eixo x é orientado no sentido longitudinal. A bancada de testes de *liners* da UFSC possui uma seção transversal retangular de altura $2H = 40$ mm (direção y) e espessura $2W = 100$ mm (direção z), que corresponde a uma frequência de corte para ondas planas de 3400 Hz [15]. O domínio computacional possui altura $H = 20$ mm, com CC de escorregamento livre aplicada à parede oposta ao *liner*, e largura igual a 10 mm com CC periódica aplicada na direção z .

Tomando a Figura 2 como referência, a entrada e a saída do fluido no domínio ocorrem nas extremidades representadas pelos retângulos em cor laranja. Na entrada, prescrevem-se condições de contorno de pressão e velocidade fixas, enquanto na saída prescreve-se pressão. A cor roxa representa regiões de esponja, onde a viscosidade do fluido é incrementada para prevenir reflexões de ondas sonoras. Condições de contorno de escorregamento livre são aplicadas às paredes de cor cinza, e aquelas de cor azul são configuradas com a CC de não-escorregamento. Uma geometria zigue-zague habilita o algoritmo de SGE para resolver as escalas turbulentas adjacentes à parede superior, assim como detalhado na Figura 2. O refino do domínio computacional nos orifícios do *liner* é tomada como referência para a geração do *lattice*. O *lattice* se torna menos refinado

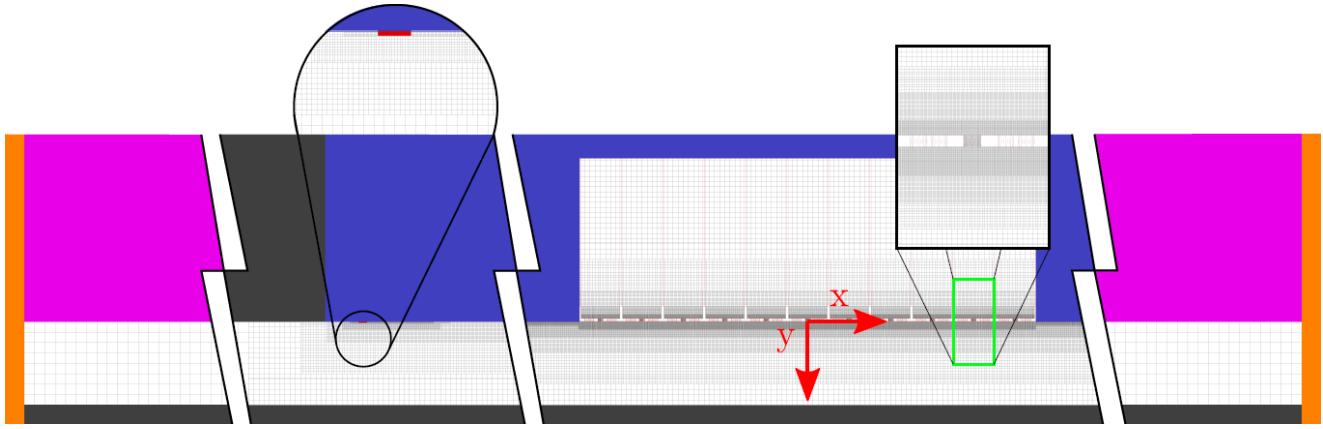


Figura 2: Domínio computacional: representação do *lattice* e sistema de coordenadas de referência.

em direção ao centro do canal e às extremidades do domínio para reduzir o custo computacional. Neste trabalho são apresentados resultados para uma resolução de 25 células por diâmetro do orifício, além de alguns resultados específicos para uma resolução mais alta (50 células por diâmetro do orifício).

As simulações acústicas são realizadas através da sobreposição de ondas acústicas planas ao domínio de simulação, utilizando o pacote de ferramentas computacionais *OptydB* [22]. A convergência temporal do campo fluidodinâmico é determinada pela avaliação do histórico temporal da espessura de camada limite δ , da velocidade de fricção u_τ e do número de Mach máximo M . Considera-se que o campo fluidodinâmico convergiu após verificar desvio relativo menor que 1% em todos estes parâmetros simultaneamente. As simulações acústicas são conduzidas para 800, 1100, 1400, 1700, 2000 e 2300 Hz a 130 dB e 145 dB, considerando a ausência e a presença de escoamento rasante de $M = 0.3$ e com a fonte acústica localizada a montante e a jusante da amostra.

2.3 Validação do Perfil Fluidodinâmico

A comparação entre o perfil fluidodinâmico experimental e o numérico é feita através da avaliação da componente x de velocidade U na extremidade da amostra a montante, i.e., em $x = -55$ mm. A medição do perfil de velocidade experimental é feita através de um tubo de Pitot. Os dados são coletados em uma série de posições ao longo de y na seção central do duto $z = 0$.

O modelo analítico apresentado por Schlichting e Gersten [30] é utilizado para caracterizar a

camada limite turbulenta (CLT), através de um ajuste numérico aos dados experimentais e numéricos. O ajuste do modelo analítico é feito com base na variação de dois parâmetros: a velocidade de fricção u_τ e a espessura de camada limite δ . É importante ressaltar que a determinação de δ é complexa, e então este parâmetro é geralmente aproximado por δ_{99} , i.e., a coordenada y na qual $U(y) \approx U_\infty$, sendo U_∞ a velocidade de escoamento livre.

Tomando o sistema de coordenadas da Figura 2 como referência, o perfil de velocidade é definido por $u^+ = y^+$ para $y^+ < 5$ e por $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$ para $y^+ > 70$. Schlichting e Gersten [30] apresentam também uma expressão para a região de *buffer*, i.e., $5 < y^+ < 70$. O leitor é indicado a consultar a referência para maiores detalhes.

3. TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE IMPEDÂNCIA

3.1 Técnica *In-Situ*

A técnica *in-situ*, desenvolvida por Dean [18], é o método mais simples para obtenção da impedância de *liners*. Esta técnica consiste na aquisição dos sinais de pressão na placa perfurada $\tilde{P}_f$ e na placa rígida $\tilde{P}_b$. A função de transferência entre os dois sinais de pressão é obtido por $\tilde{H}_{pair} = \tilde{P}_f / \tilde{P}_b$. A impedância local é então determinada por

$$Z_c = -i\tilde{H}_{pair} \frac{1}{\sin \zeta h}, \quad (1)$$

onde $i = \sqrt{-1}$, h é a altura da cavidade e $\zeta = \omega/c$ é o número de onda de campo livre, sendo ω a frequência angular da onda sonora e c a veloci-



dade do som.

A implementação desta técnica em MLB já se provou efetiva e capaz de entregar resultados interessantes [8]. Um estudo recente mostrou que, na ausência de escoamento rasante, a resistência e o NPS tendem a diminuir ao longo do comprimento do *liner*, à medida em que a onda sonora interage com sucessivas cavidades [16]. Por outro lado, a reatância tende a aumentar ao longo da amostra [16].

Por conta destas variações a impedância Z_c , obtida para uma cavidade, pode não ser representativa de toda a amostra. Experimentalmente, não é comum nem prático amostrar todas as cavidades, e os resultados experimentais apresentados neste trabalho foram obtidos na cavidade mais próxima à fonte sonora. Numericamente, é possível amostrar todas as cavidades, e neste caso os resultados apresentados estão na forma de uma média entre todas as cavidades.

3.2 Método do Acoplamento Modal

O método do acoplamento modal (MAM) é uma técnica inversa de educação de impedância que utiliza um modelo do campo acústico no duto baseado na abordagem do acoplamento modal [15]. Um campo acústico teórico $\tilde{P}_{teo,q}$ é calculado com as amplitudes das ondas planas que se propagam em direção à amostra e com uma estimativa inicial para a impedância. De modo a melhorar a convergência, modelos de impedância semi-empíricos (e.g., Murray e Astley [1]) são comumente utilizados como estimativa inicial para a impedância do *liner*. O algoritmo de Levenberg-Marquadt [31, 32] é utilizado para minimizar a função custo

$$F(\tilde{Z}, \omega) = \sum_{q=1}^8 \left| \frac{\tilde{P}_{med,q} - \tilde{P}_{teo,q}(\tilde{Z}, \omega)}{\tilde{P}_{med,q}} \right|, \quad (2)$$

onde $\tilde{P}_{med,q}$ e $\tilde{P}_{teo,q}$ são as pressões medida e teórica em cada posição de microfone x_q , levando à impedância eduzida do *liner*. Dois conjuntos de 4 microfones embutidos nas paredes do duto a montante e a jusante do *liner* são utilizados.

As amplitudes $A_i^\pm$ das ondas sonoras são necessárias como dados de entrada para cálculo do campo acústico teórico, que são obtidas das pressões

acústicas medidas pelos microfones. As amplitudes são obtidas por um sistema sobredeterminado de decomposição das ondas planas. Por exemplo, na seção a montante

$$\begin{bmatrix} e^{-i\zeta_{x,1}^+ x_1} & e^{-i\zeta_{x,1}^- x_1} \\ e^{-i\zeta_{x,1}^+ x_2} & e^{-i\zeta_{x,1}^- x_2} \\ e^{-i\zeta_{x,1}^+ x_3} & e^{-i\zeta_{x,1}^- x_3} \\ e^{-i\zeta_{x,1}^+ x_4} & e^{-i\zeta_{x,1}^- x_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{teo,1} \\ \tilde{P}_{teo,2} \\ \tilde{P}_{teo,3} \\ \tilde{P}_{teo,4} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

e de maneira similar para a seção a jusante. Na Equação 3, os sobrescritos '+' e '-' se referem à direção de propagação das componentes da onda acústica que se propagam no sentido positivo e negativo de x , respectivamente. A posição longitudinal dos microfones é representada por x_i .

3.3 Algoritmo de Kumaresan-Tufts (KT)

A educação de impedância baseada no algoritmo de Prony foi proposta inicialmente por Jing *et al.* [33]. Neste caso, os microfones são embutidos na parede oposta à amostra. O método considera que o campo acústico na seção tratada é uma combinação linear de exponenciais complexas amortecidas, na forma

$$\tilde{P}_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\pm V_{n,i}, \quad i = 0, 1, \dots, Q-1, \quad (4)$$

onde $\tilde{P}_i$ é a pressão no i -ésimo microfone $V_{n,i} = \exp(-i\zeta_{x,n}^\pm \Delta_x)$ contém os números de onda axiais, Δ_x é a distância entre os microfones e Q é o número de microfones. Neste trabalho, o algoritmo KT é utilizado para extrair os números de onda a partir de 12 microfones igualmente espaçados com $\Delta_x = 10$ mm, assim como descrito em maiores detalhes por Bonomo *et al.* [20].

4. RESULTADOS

Os resultados numéricos acústicos são apresentados e comparados aos dados experimentais nesta seção.

4.1 Resultados Acústicos: Sem Escoamento Rasante

As comparações das duas componentes da impedância de ambos os dados numéricos e experimentais para o caso sem escoamento estão representadas nas Figuras 3 e 4 para as fontes a 130 dB

e 145 dB, respectivamente.

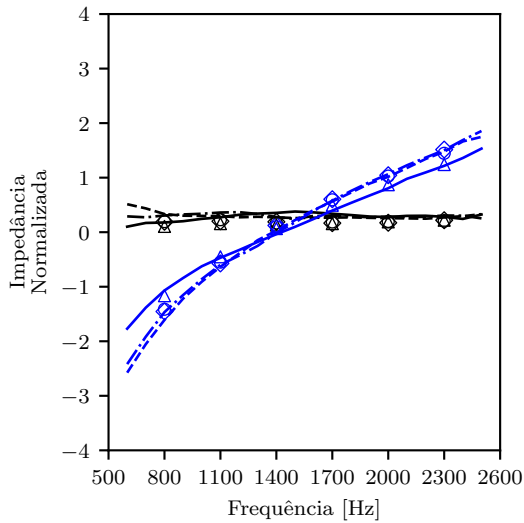


Figura 3: Impedância normalizada para o caso $M = 0$ e fonte a 130 dB: (—) Exp. [*in-situ*]; (- -) Exp. [MAM]; (- · -) Exp. [KT]; (Δ) Num. [*in-situ*]; ($\circ$) Num. [MAM]; ($\diamond$) Num. [KT]. Em cores: (preto) resistência; (azul) reatância.

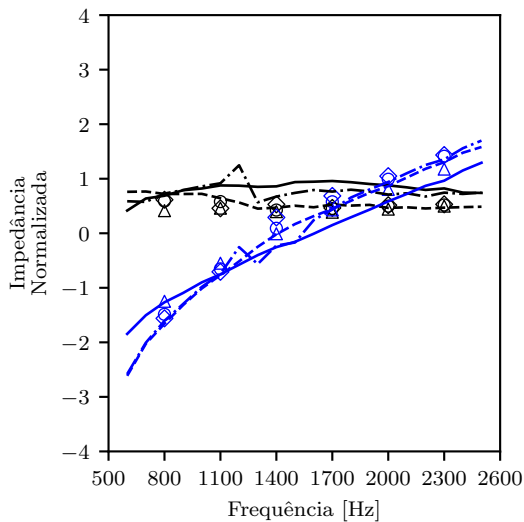


Figura 4: Impedância normalizada para o caso $M = 0$ e fonte a 145 dB: (—) Exp. [*in-situ*]; (- -) Exp. [MAM]; (- · -) Exp. [KT]; (Δ) Num. [*in-situ*]; ($\circ$) Num. [MAM]; ($\diamond$) Num. [KT]. Em cores: (preto) resistência; (azul) reatância.

Boa correlação pode ser observada entre os resultados numéricos e experimentais para o caso da fonte a 130 dB, com a resistência constante e próxima a zero em todo o intervalo de frequências analisado. Os três métodos empregados não exibem diferenças significativas para a resistência, enquanto os resultados para a reatância apresentam divergências entre os métodos de educação e a técnica *in-situ*. A técnica *in-situ* prevê maior rea-

tância abaixo da frequência de ressonância e menor reatância acima da frequência de ressonância. Isto é observado tanto nos resultados numéricos quanto nos resultados experimentais.

O acréscimo de NPS para 145 dB leva a um aumento da resistência, como esperado, por conta do comportamento não-linear do *liner*, enquanto a reatância não exhibe variação significativa. Os métodos divergem na resistência experimental calculada, o que não se reflete nos resultados numéricos. As divergências podem estar relacionadas à baixa resolução do modelo numérico e à adoção de um *solver* mais dissipativo, como será explicado mais adiante. Análises mais detalhadas são necessárias. Dos experimentos, conclui-se que maior resistência é medida pela técnica *in-situ*, enquanto menor resistência é medida pelo MAM. Acréscimos na resistência são verificados nos resultados obtidos pelo MAM em baixas frequências, atribuídos ao comprimento relativamente curto da amostra, comparado ao comprimento de onda, e a pequenos níveis de atenuação da amostra [17]. Os resultados numéricos obtidos pelo MAM concordam com a curva experimental do método, e exibem acréscimos semelhantes em baixas frequências. Os resultados numéricos obtidos pelo algoritmo KT se aproximam mais dos resultados experimentais do MAM, e subestimam os resultados experimentais do KT. Os resultados numéricos do *in-situ* não superestimam a resistência com relação aos resultados obtidos por educação, como ocorre com os resultados experimentais. Este comportamento pode ser explicado pelo fato de que os resultados numéricos são tomados como média entre todas as cavidades. Os resultados experimentais são medidos na cavidade mais próxima à fonte sonora. Para a configuração deste ensaio a resistência decai ao longo da amostra, enquanto a reatância aumenta [16]. O conjunto dos fatores pode afetar a correlação entre os resultados numéricos e experimentais.

4.2 Análise da Camada Limite Turbulenta

Para comparação da camada limite turbulenta obtida numericamente com a medida experimentalmente, os perfis de velocidade são comparados em $x = -55$ mm. O zigue-zague é posicionado em $x = -729$ mm. A Figura 5 mostra a comparação entre os perfis de velocidade, bem como o



modelo analítico de Schlichting e Gersten [30] ajustado aos perfis. O número de Mach máximo é $M \approx 0.3$ em ambas as curvas numérica e experimental. Desvios entre os perfis podem ser vistos na região externa da CLT. A CLT numérica possui espessura $\delta_{99} \approx 7.6$ mm, enquanto a experimental possui espessura $\delta_{99} \approx 11.2$ mm. Uma vez que a medição experimental foi feita por tubo de Pitot, dados sobre o perfil mais próximos à parede não estão disponíveis. A velocidade de fricção obtida vale $u_\tau \approx 4.30$ m/s para o perfil numérico e $u_\tau \approx 4.13$ m/s para o perfil experimental. Os parâmetros integrais da CLT, como a espessura de deslocamento δ^* e a espessura de momento θ também exibem diferenças. Normalizando estes parâmetros pelo diâmetro do orifício d , verificam-se $\delta^*/d \approx 0.73$ e $\theta/d \approx 0.60$ para o perfil numérico, enquanto para o perfil experimental têm-se $\delta^*/d \approx 1.02$ e $\theta/d \approx 0.83$. A interação entre a CLT e o orifício é fortemente dependente dos parâmetros integrais da CLT [8]. Como referência, Zhang e Bodony [7] trabalharam com um desvio de aproximadamente 5% entre δ^* obtido numericamente e de forma experimental e menos de 2% para θ . Neste trabalho, um desvio de quase 40% é verificado para ambos os parâmetros, e isto pode afetar a correlação entre os resultados acústicos. Melhorias futuras devem ser feitas ao perfil fluidodinâmico numérico.

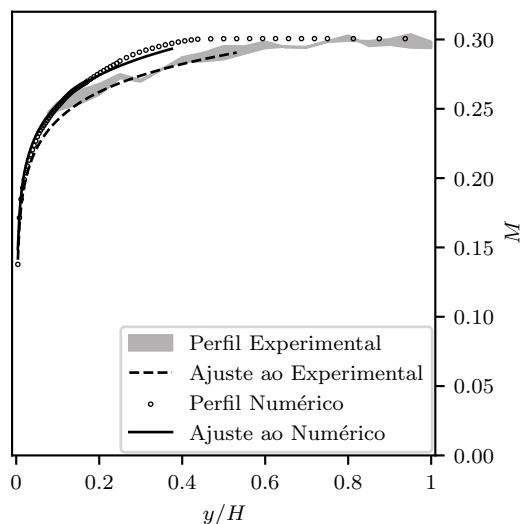


Figura 5: Perfil de velocidade do escoamento em $x = -55$ mm: experimental, numérico e ajuste do modelo analítico de Schlichting e Gersten [30].

4.3 Resultados Acústicos: Com Escoamento Rasante

Os resultados considerando escoamento rasante foram obtidos para a fonte acústica posicionada a montante e também a jusante da amostra. Os resultados obtidos pela técnica *in-situ* estão mostrados nas Figuras 6 e 7, para as fontes a 130 dB e 145 dB, respectivamente. De maneira semelhante, os resultados obtidos pelo MAM são exibidos nas Figuras 8 e 9 e aqueles obtidos pelo algoritmo KT nas Figuras 10 e 11. Existe aumento significativo da resistência, em comparação aos resultados para o caso sem escoamento, o que é esperado [9, 17]. A reatância, por outro lado, exibe pouca alteração. Neste caso, os efeitos não-lineares do escoamento dominam aqueles devidos ao acréscimo no NPS, e não existem diferenças significativas nos resultados experimentais obtidos para 130 dB e 145 dB.

Todos os métodos empregados para cálculo da impedância são sensíveis à mudança da posição relativa da fonte acústica. Considerando a técnica *in-situ*, o resultado experimental obtido para a resistência diminui em todo o intervalo de frequências considerado, quando a posição da fonte muda de a montante para a jusante da amostra. O modelo numérico também apresenta diferentes resultados, e exibe aproximadamente a mesma tendência. Os resultados experimentais para a reatância obtidos pela mesma técnica também decaem com a mudança da fonte de a montante para a jusante. O emprego desta técnica no modelo numérico mostra sensibilidade à mudança de posicionamento da fonte, apesar de não ser possível a identificação de um padrão nos resultados.

Os resultados obtidos pelo MAM mostram maior resistência quando a fonte é posicionada a jusante da amostra, com relação aos resultados para a fonte a montante. A mudança da fonte de a montante para a jusante causa redução da reatância obtida experimentalmente. Em geral, o modelo numérico replica as tendências observadas experimentalmente para a resistência em ambos os NPS considerados. Os resultados do modelo para a reatância também se mostram sensíveis à mudança da posição da fonte, embora seja difícil identificar padrões.

O algoritmo KT também se mostra sensível à mudança da posição da fonte sonora. Os resulta-

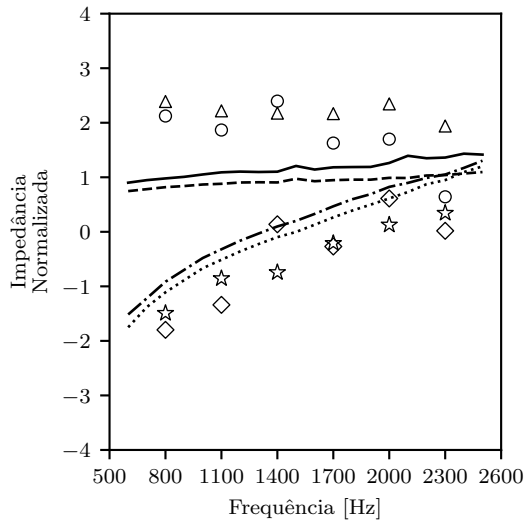


Figura 6: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 130 dB (técnica *in-situ*). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (-·-·-) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

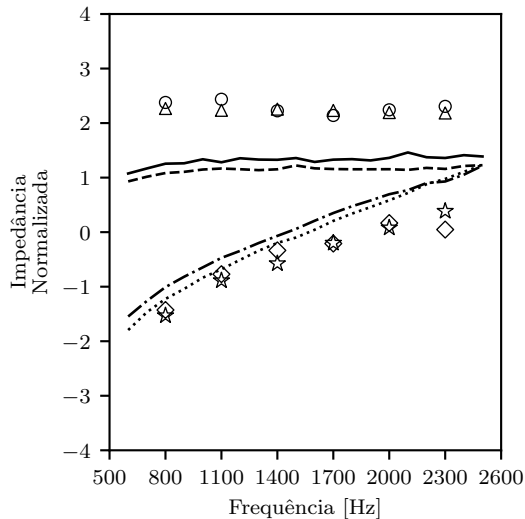


Figura 7: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 145 dB (técnica *in-situ*). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (-·-·-) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

dos obtidos por este método revelam comportamento semelhante àquele observado para o MAM. Um incremento na resistência pode ser verificado quando a posição da fonte é alterada de a montante para a jusante da amostra. A reatância, por outro lado, decai com esta mesma mudança na posição da fonte. Este comportamento é verificado em ambos os NPS. O modelo numérico exibe a mesma tendência, que fica mais evidente nos

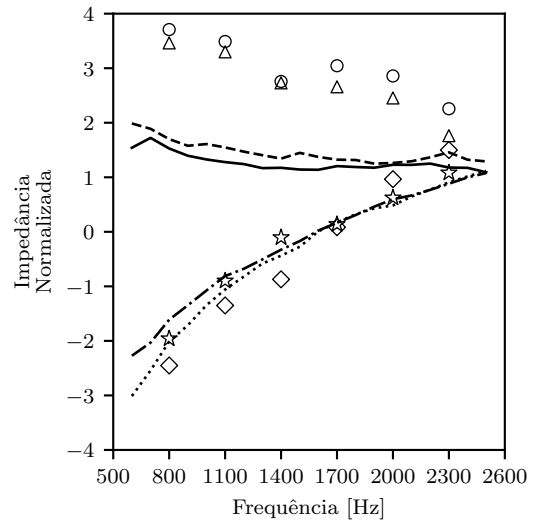


Figura 8: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 130 dB (MAM). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (-·-·-) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

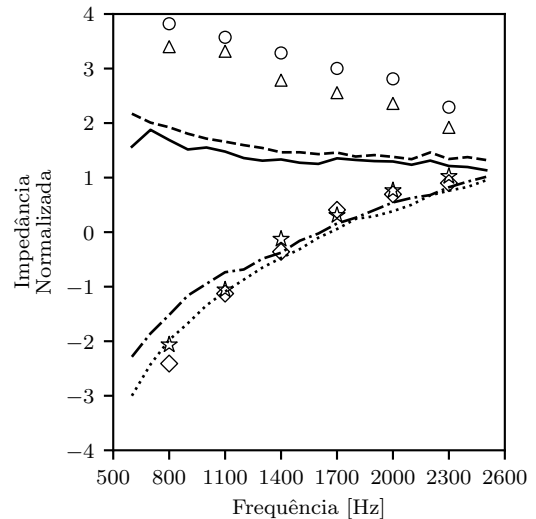


Figura 9: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 145 dB (MAM). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (-·-·-) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

resultados para 145 dB.

4.4 Melhorias nos Resultados Numéricos

Para o caso com escoamento, os resultados numéricos exibem diferenças significativas com relação aos resultados experimentais, especialmente para a resistência. Para entender o motivo de tais discrepâncias, estudos estão em curso para verificar o efeito do refino do *lattice* e de melhorias em

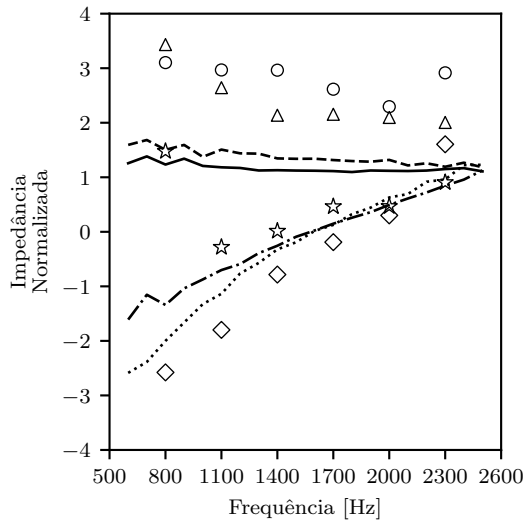


Figura 10: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 130 dB (KT). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (....) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

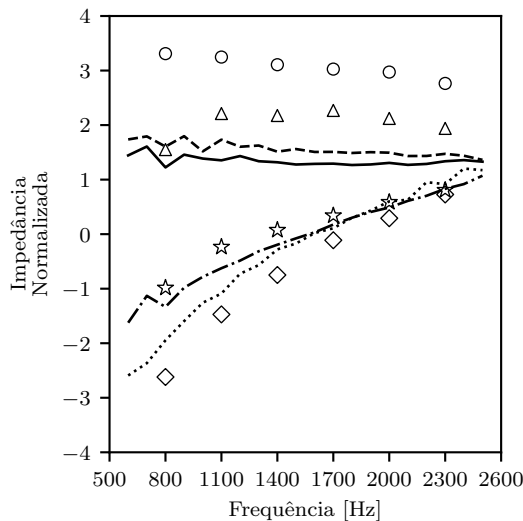


Figura 11: Impedância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 145 dB (KT). Para fonte a montante: (—) Exp. [resistência]; (---) Exp. [reatância]; (Δ) Num. [resistência]; ($\star$) Num. [reatância]. Para fonte a jusante: (---) Exp. [resistência]; (....) Exp. [reatância]; ($\circ$) Num. [resistência]; ($\diamond$) Num. [reatância].

potencial pelo uso de um *solver* menos dissipativo implementado no PowerFLOW, denominado *legacy*. As Figuras 12 e 13 exibem os resultados preliminares desta investigação. Os benefícios de utilização do *solver legacy* em conjunto com o incremento na resolução do *lattice* são evidentes, de maneira similar ao que foi verificado por Avallone e Damiano [22], utilizando a técnica *in-situ*.

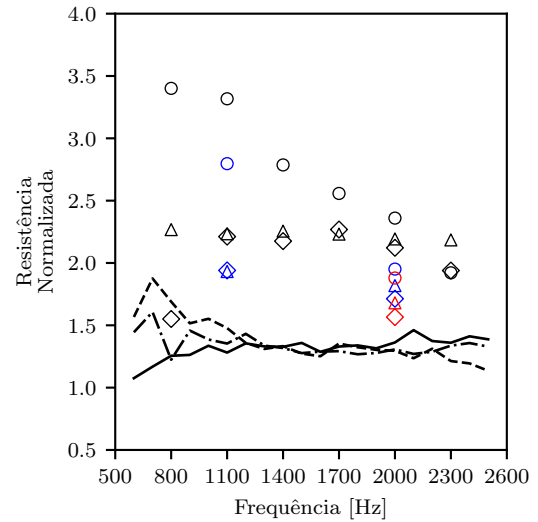


Figura 12: Resistência normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 145 dB: (—) Exp. [*in-situ*]; (---) Exp. [MAM]; (---) Exp. [KT]; (Δ) Num. [*in-situ*]; ($\circ$) Num. [MAM]; ($\diamond$) Num. [KT]. Em cores: (preto) 25 células/d sem *solver legacy*; (azul) 25 células/d com *solver legacy*; (vermelho) 50 células/d com *solver legacy*.

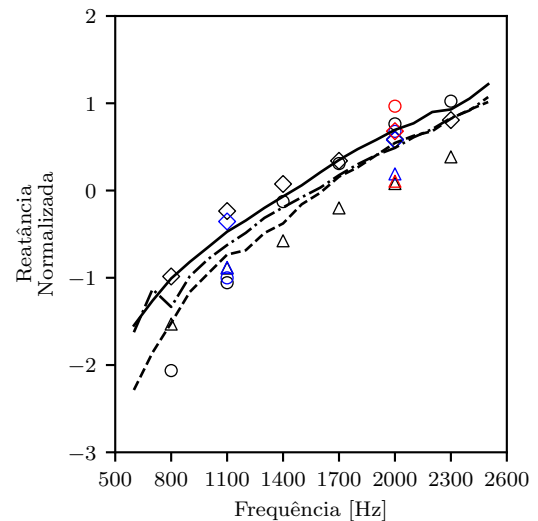


Figura 13: Reatância normalizada para o caso $M = 0.3$ e fonte a 145 dB: (—) Exp. [*in-situ*]; (---) Exp. [MAM]; (---) Exp. [KT]; (Δ) Num. [*in-situ*]; ($\circ$) Num. [MAM]; ($\diamond$) Num. [KT]. Em cores: (preto) 25 células/d sem *solver legacy*; (azul) 25 células/d com *solver legacy*; (vermelho) 50 células/d com *solver legacy*.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou resultados acústicos obtidos numericamente para um *liner* de múltiplas cavidades de um grau de liberdade pela técnica *in-situ*, o método do acoplamento modal e pelo algoritmo KT. Os resultados numéricos foram comparados a dados experimentais coletados na bancada ancada de testes de *liners* acústicos da UFSC. O modelo numérico apresentou boa cor-

relação com os dados experimentais para o caso sem escoamento rasante, considerando uma resolução de 25 células por diâmetro do orifício da amostra. Grandes discrepâncias foram verificadas entre resultados numérico e experimental para o caso com escoamento rasante. O modelo se mostra sensível o suficiente para capturar o efeito do escoamento na impedância, bem como a variação verificada experimentalmente com a mudança da posição relativa da fonte acústica. Entretanto, o modelo necessita ser melhorado para representar os resultados experimentais com maior precisão, na presença do escoamento. Particularmente, o modelo superestima a resistência. Os efeitos de um *solver* menos dissipativo e maior refino de malha estão sendo estudados. Resultados preliminares mostram que estas medidas são efetivas em aproximar os resultados numéricos dos experimentais. Análises detalhadas do escoamento e da interação entre escoamento e onda sonora serão feitas no futuro, uma vez o modelo ajustado.

Este é o primeiro trabalho conhecido pelos autores a apresentar resultados acústicos obtidos por três métodos diferentes para uma mesma amostra de *liner*. Uma vasta base de dados está disponível para uso em investigações futuras. Todos os métodos de cálculo de impedância mostraram-se capazes de fornecer resultados razoáveis para as propriedades do *liner*. Os métodos também se mostraram sensíveis à mudança da posição da fonte sonora. Isto pode significar que a hipótese de que os *liners* são localmente reativos, geralmente aplicada a modelos de propagação acústica em dutos tratados, pode não estar correta, uma vez que a técnica *in-situ* não emprega nenhuma condição de contorno possivelmente falha.

6. AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. O Consórcio de Pesquisas em Aeroacústica (AARC) apoia este trabalho, bem como as agências de financiamento brasileiras CNPq e FINEP. Os autores reconhecem que os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos utilizando o cluster HPC Prometheus localizado na Polônia, com suporte da PRACE aisbl. Os autores reconhecem o apoio dos Laborató-

rios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica (UFSC), Nicolas Quintino (UFSC), Damiano Casalino (TU Delft) e de Davide Cerizza (3DS).

REFERÊNCIAS

- [1] Murray, Paul B. e Astley, R. Jeremy. Development of a single degree of freedom perforate impedance model under grazing flow and high spl. 2012. doi: [10.2514/6.2012-2294](https://doi.org/10.2514/6.2012-2294).
- [2] Lafont, Victor; Méry, Fabien; Reulet, Philippe e Simon, Frank. Surface temperature measurement of acoustic liners in the presence of grazing flow and thermal gradient. *Experiments in Fluids*, 62, 4 2021. doi: [10.1007/s00348-021-03184-w](https://doi.org/10.1007/s00348-021-03184-w).
- [3] Tam, C. K.W.; Kurbatskii, K. A.; Ahuja, K. K. e Gaita, R. J. A numerical and experimental investigation of the dissipation mechanisms of resonant acoustic liners. *Journal of Sound and Vibration*, 245:545–557, 8 2001. doi: [10.1006/jsvi.2001.3571](https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3571).
- [4] Tam, Christopher K.W.; Ju, Hongbin e Walker, Bruce E. Numerical simulation of a slit resonator in a grazing flow under acoustic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 313:449–471, 6 2008. doi: [10.1016/j.jsv.2007.12.018](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.12.018).
- [5] Zhang, Qi e Bodony, Daniel J. Numerical simulation of two-dimensional acoustic liners with high-speed grazing flow. *AIAA Journal*, 49:365–382, 2 2011. doi: [10.2514/1.J050597](https://doi.org/10.2514/1.J050597).
- [6] Tam, Christopher K.W.; Pastouchenko, Nikolai N.; Jones, Michael G. e Watson, Willie R. Experimental validation of numerical simulations for an acoustic liner in grazing flow: Self-noise and added drag. *Journal of Sound and Vibration*, 333:2831–2854, 2014. doi: [10.1016/j.jsv.2014.02.019](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.02.019).
- [7] Zhang, Qi e Bodony, Daniel J. Numerical investigation of a honeycomb liner grazed by laminar and turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 792:936–980, 3 2016. doi: [10.1017/jfm.2016.79](https://doi.org/10.1017/jfm.2016.79).
- [8] Avallone, Francesco; Manjunath, Pranav; Ragni, Daniele e Casalino, Damiano. Lattice-boltzmann very large eddy simulation of a multi-orifice acoustic liner with turbulent grazing flow. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2019. doi: [10.2514/6.2019-2542](https://doi.org/10.2514/6.2019-2542).
- [9] Renou, Ygaël e Aurégan, Yves. Failure of the ingard–myers boundary condition for a lined duct: An experimental investigation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130:52–60, 7 2011. doi: [10.1121/1.3586789](https://doi.org/10.1121/1.3586789).
- [10] Myers, M.K. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *Journal of Sound and Vibration*, 71(3):429–434, 1980. doi: [10.1016/0022-460X\(80\)90424-1](https://doi.org/10.1016/0022-460X(80)90424-1).
- [11] Ingard, Uno. Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and trans-



- mission. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 31:1035, 7 2005. doi: [10.1121/1.1907805](https://doi.org/10.1121/1.1907805).
- [12] Boden, Hans; Cordioli, Julio A.; Spillere, Andre e Serrano, Pablo. Comparison of the effect of flow direction on liner impedance using different measurement methods. Em *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017. doi: [10.2514/6.2017-3184](https://doi.org/10.2514/6.2017-3184).
- [13] Aurégan, Yves; Starobinski, Rudolf e Pagneux, Vincent. Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109: 59–64, 1 2001. doi: [10.1121/1.1331678](https://doi.org/10.1121/1.1331678).
- [14] Brambley, Edward J. Well-posed boundary condition for acoustic liners in straight ducts with flow. volume 49, págs. 1272–1282, 6 2011. doi: [10.2514/1.J050723](https://doi.org/10.2514/1.J050723).
- [15] Spillere, André Mateus Netto; Bonomo, Lucas Araujo; Cordioli, Júlio Apolinário e Brambley, Edward James. Experimentally testing impedance boundary conditions for acoustic liners with flow: Beyond upstream and downstream. *Journal of Sound and Vibration*, 489, 12 2020. doi: [10.1016/j.jsv.2020.115676](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115676).
- [16] Schroeder, Lucas; Spillere, André M.; Bonomo, Lucas A.; Silva, Andrey R.; Avallone, Francesco e Cordioli, Julio A. Numerical investigation of acoustic liners experimental techniques using a lattice-boltzmann solver. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 8 2021. doi: [10.2514/6.2021-2144](https://doi.org/10.2514/6.2021-2144).
- [17] Spillere, André M.N.; Braga, Danilo S.; Seki, Leonardo A.; Bonomo, Lucas A.; Cordioli, Julio A.; Rocamora, Bernardo M.; Greco, Paulo C.; Reis, Danniilo C. e Coelho, Eduardo L.C. Design of a single degree of freedom acoustic liner for a fan noise test rig. *International Journal of Aeroacoustics*, 20:708–736, 9 2021. doi: [10.1177/1475472X211023831](https://doi.org/10.1177/1475472X211023831).
- [18] Dean, P. D. An in situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 34:97–IN6, 5 1974. doi: [10.1016/S0022-460X\(74\)80357-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(74)80357-3).
- [19] Elnady, Tamer e Bodén, Hans. An inverse analytical method for extracting liner impedance from pressure measurements. volume 1, 05 2004. doi: [10.2514/6.2004-2836](https://doi.org/10.2514/6.2004-2836).
- [20] Bonomo, Lucas A.; Spillere, André M.N. e Cordioli, Julio A. Parametric uncertainty analysis for impedance eduction based on prony's method. <https://doi.org/10.2514/1.J059071>, 58:3625–3638, 4 2020. doi: [10.2514/1.J059071](https://doi.org/10.2514/1.J059071).
- [21] Manjunath, Pranav; Avallone, Francesco; Casalino, Damiano; Ragni, Daniele e Snellen, Mirjam. Characterization of liners using a lattice-boltzmann solver. American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, AIAA, 2018. doi: [10.2514/6.2018-4192](https://doi.org/10.2514/6.2018-4192).
- [22] Avallone, Francesco e Damiano, Casalino. Acoustic-induced velocity in a multi-orifice acoustic liner grazed by a turbulent boundary layer. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 8 2021. doi: [10.2514/6.2021-2169](https://doi.org/10.2514/6.2021-2169).
- [23] Krüger, Timm; Kusumaatmaja, Halim; Kuzmin, Alexandr; Shardt, Orest; Silva, Goncalo e Viggen, Erlend Magnus. *The Lattice Boltzmann Method*. Springer International Publishing, 2017. doi: [10.1007/978-3-319-44649-3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-44649-3).
- [24] Shan, Xiaowen; Yuan, Xue Feng e Chen, Hudong. Kinetic theory representation of hydrodynamics: a way beyond the navier–stokes equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 550:413–441, 2006. doi: [10.1017/S00222112005008153](https://doi.org/10.1017/S00222112005008153).
- [25] Chen, Hudong; Chen, Shiyi e Matthaeus, W. Recovery of the navier-stokes equations using a lattice-gas boltzmann method. *Physical Review A*, 45, 05 1992. doi: [10.1103/PhysRevA.45.R5339](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.R5339).
- [26] *PowerFLOW 2021 User's Guide*. Dassault Systèmes, 2021.
- [27] Habibi, Kaveh; Gong, Hao; Najafiyazdi, Alireza e Mongeau, Luc G. Prediction of the sound radiated from low-mach internal mixing nozzles with forced mixers using the lattice boltzmann method. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 5 2013. doi: [10.2514/6.2013-2143](https://doi.org/10.2514/6.2013-2143).
- [28] Teixeira, Christopher M. Incorporating turbulence models into the lattice-boltzmann method. *International Journal of Modern Physics C*, 09(08):1159–1175, 1998. doi: [10.1142/S0129183198001060](https://doi.org/10.1142/S0129183198001060).
- [29] Fares, Ehab. Unsteady flow simulation of the ahmed reference body using a lattice boltzmann approach. *Computers and Fluids*, 35:940–950, 9 2006. doi: [10.1016/j.compfluid.2005.04.011](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.04.011).
- [30] Schlichting, Hermann e Gersten, Klaus. Internal flows. Em *Boundary-Layer Theory*, págs. 519–556. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2017.
- [31] Levenberg, Kenneth. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2:164–168, 1944. doi: [10.1090/qam/10666](https://doi.org/10.1090/qam/10666).
- [32] Marquardt, Donald W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11 (2):431–441, 1963. doi: [10.1137/0111030](https://doi.org/10.1137/0111030).
- [33] Jing, Xiaodong; Peng, Sen e Sun, Xiaofeng. A straightforward method for wall impedance eduction in a flow duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124:227–234, 7 2008. doi: [10.1121/1.2932256](https://doi.org/10.1121/1.2932256).